**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Московский институт электроники и математики
Департамент прикладной математики

**Майнор
Исследование операций
в инженерных и социально-экономических приложениях**

**Рабочая программа дисциплины
Принятие решений в условиях неопределенности и риска**

для уровня подготовки - бакалавриат

Разработчик(и) программы
Голубин А.Ю. к.ф.-м.н., доц., agolubin@hse.ru

Одобрена Академическим советом ОП «Прикладная математика»
«__»_____ 2016 г., № протокола _____

Утверждена «__»_____ 2016 г.
Руководитель Департамента Прикладной математики
А.В.Белов _____ [подпись]

Москва, 2016

Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы.

1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов, выбравших майнор «Исследование операций в инженерных и социально-экономических приложениях».

2 Цели освоения дисциплины

Цель преподавания дисциплины – изучение основных понятий исследования операций, ряда разделов теории игр, смежных вопросов математического анализа и основ теории риска.

Задача дисциплины – ознакомить студентов с основами теории принятия решений в условиях неопределенности, теории игр, с особенностями математической постановки задач теории игр, с методами и результатами их исследования; наиболее подробно изучить раздел «Матричные игры», а также изучить основы теории риска с приложениями в математической теории страхования.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины студенты должны знать:

1. математическую модель антагонистической игры, понятие оптимальных стратегий игроков, основные теоремы матричных игр;
2. математическую модель бескоалиционной игры n лиц, понятия равновесных по Нэшу и оптимальных по Парето ситуаций, различия в результатах исследования общей бескоалиционной игры и её частного случая – игры антагонистической;
3. количественные характеристики полезности, основные типы и свойства функций полезности;
4. способы построения оптимальных параметров в рискованной ситуации

уметь:

по словесному описанию задач учебного характера

1. строить и решать матричную игру, применяя теоретические сведения, в сложных случаях прибегая к использованию стандартных программ для решения задач линейного программирования;
2. строить математическую модель бескоалиционной игры и исследовать ее на предмет равновесных по Нэшу и оптимальных по Парето ситуаций;
3. формализовывать и решать задачи принятия решений в условиях риска;
4. использовать методы решения экстремальных задач при управлении риском.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

А) универсальные компетенции (УК):

УК-1 Способен учиться, приобретать новые знания, умения, в том числе в области, отличной от профессиональной

УК-2 Способен выявлять научную сущность проблем в профессиональной области.

УК-3 Способен решать проблемы в профессиональной деятельности на основе анализа и синтеза

УК-5 Способен работать с информацией: находить, оценивать и использовать информацию из различных источников, необходимую для решения научных и профессиональных задач (в том числе на основе системного подхода)

УК-7 Способен работать в команде

Б) профессиональные (ПК):

ПК-2 Способен сформулировать инженерную задачу, формализовав ее на основе знаний математического аппарата и проведенного системного анализа

ПК-3 Способен анализировать разрабатываемые технические решения на основе их интерпретации и оценки возможных вариантов.

ПК-6 Способен определять экономическую целесообразность принимаемых технических и организационных решений

4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина является дисциплиной в рамках майнора «Исследование операций в инженерных и социально-экономических приложениях», который предоставляет дополнительную специализацию.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

- «Математический анализ»
- «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».
- «Теория вероятностей»

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- «Прикладные стохастические модели»
- «Компьютерное моделирование сложных систем»

5 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела	Всего часов	Аудиторные часы (5 ЭК)			Самостоятельная работа
			Лекции	Семинары	Практические занятия	
1	Классические схемы принятия решения в условиях неопределенности, понятие операции. [1,3,4]	19	4	3		12
2	Понятие антагонистической игры. Седловые точки. [1,5]	55	8	9		38
3	Матричные игры. [1,2,5]	48	14	12		22

4	Основы теории полезности	38	7	9		22
5	Оптимальный дележ риска в страховании	30	5	5		20

6 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	3 модуль	4 модуль	Параметры
Текущий (неделя)	Контрольная работа		*	письменная работа
	Домашнее задание	*	*	на модуль
Промежуточный	Зачет, экзамен			
Итоговый	Зачет, экзамен		*	Устный экзамен

6.1 Критерии оценки знаний, навыков

1. Домашнее задание.

При оценке домашних заданий применяется дифференцированный подход по десятибалльной системе в соответствии со знаниями и навыками, проявленными студентом во время их выполнения. Темой работы являются матричные игры. Задание выдается индивидуально каждому студенту или бригаде из двух студентов и заключается в математическом исследовании матричных игр. Итогом является письменный отчет. Домашняя работа преследует две основные цели. Первая – проявить умение пользоваться теоретическими сведениями математической теории для решения практической задачи. Вторая – проявить навык в письменной форме грамотно излагать результаты работы, уделяя внимание стилю изложения и соблюдая математическую строгость при обосновании решения задачи. Зачет домашней работы осуществляется по результатам собеседования на основании представленного отчета.

2. Экзамен.

Сдача студентом экзамена оценивается по десятибалльной и пятибалльной системе в соответствии со знаниями и навыками, проявленными студентом на экзамене.

7 Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование подраздела дисциплины	Содержание
1.	Классические схемы принятия решения в условиях неопределенности.	Классические схемы принятия решения в условиях неопределенности: правила Вальда, Сэвиджа, Гурвица, Лапласа.
2.	Понятие операции	Математическая модель операции: контролируемые и неконтролируемые факторы, критерий эффективности,

		информационная гипотеза, понятие стратегии оперирующей стороны. Оценка эффективности стратегий. Принцип наилучшего гарантированного результата в принятии решений в условиях неопределенности.
3.	Понятие антагонистической игры. Седловые точки.	Математическая модель антагонистической игры в нормальной форме. Примеры игр. Критерий существования седловой точки у функции. Свойства седловых точек. Теорема фон Неймана о существовании седловой точки у выпукло-вогнутой функции. Роль седловой точки в понятии решения антагонистической игры. Игра «нападение-оборона». Вычисление максимина и минимакса.
4.	Матричные игры.	Матричные игры. Решение матричной игры в чистых стратегиях. Смешанное расширение матричной игры. Теорема о существовании решения. Свойства оптимальных смешанных стратегий и цены игры. Теорема Шепли-Сноу. Теорема о решении игры с кососимметричной матрицей. Теоремы о доминировании. Теорема Куна-Таккера. Сведение решения матричной игры к решению пары взаимодвойственных задач линейного программирования.
5.	Основы теории полезности	Аксиомы фон Неймана-Моргенштерна, существование функции полезности (ф.п.). Плата за риск как мера осторожности, свойство вогнутости ф.п. Денежный эквивалент, цена продажи и цена покупки случайного выигрыша. Функция неприятия риска, ее свойства. Основные типы ф.п.
6.	Оптимальный дележ риска в страховании	Вектор взносов как Парето-оптимальная точка, формализация и решение много-критериальной задачи оптимизации полезностей участников сделки. Формулы вычисления величины взноса на основе экзогенного показателя нагрузки: формула среднего значения, формула дисперсии и формула стандартного отклонения. Необходимость рискованной надбавки.

8 Образовательные технологии

Рекомендуемые образовательные технологии:

- чтение лекций;
- проведение семинаров;
- выполнение студентами самостоятельной работы, контрольной работы, домашних заданий;
- проведение консультаций;
- проведение экзамена.

Аудиторные занятия проводятся в форме лекций и семинаров. Во время проведения последних используются активные и интерактивные формы (обсуждение отдельных разделов дисциплины и методов решения задач, предложенных преподавателем), в том числе, с использованием системы LMS.

Для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине могут использоваться: устный опрос; письменные работы (ПР) в виде самостоятельной работы, контрольной работы и домашних заданий (ДЗ). Оценка на экзамене может быть выставлена с учетом результатов перечисленных форм контроля и промежуточной аттестации с равными весовыми коэффициентами.

Самостоятельной работой студентов является выполнение домашних заданий, проработка материалов лекций, подготовка к экзамену. Для успешного освоения дисциплины рекомендуется перед каждым семинарским занятием повторить теоретический материал соответствующей лекции, а после активной работы на занятии -- выполнить полученные задания и изучить соответствующий раздел указанной в программе курса литературы.

9 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

ВАРИАНТЫ ДОМАШНЕЙ РАБОТЫ

Вариант 1

1. Решить матричные игры, используя понятие доминирования и графический метод.

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 3 \\ 0 & 8 \\ 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Найдите оптимальные стратегии и цену игры с матрицей выигрышей

$$\begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0,4 \\ 0,4 & 0,5 & 0,6 \\ 0,1 & 0,7 & 0,3 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

1. Решить матричные игры, используя понятие доминирования и графический метод.

$$\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 5 & 7 \\ 3 & 9 \\ 6 & 5 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Найдите оптимальные стратегии и цену игры с матрицей выигрышей второго игрока

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

1. Решить матричные игры, используя понятие доминирования и графический метод.

$$\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 4 \\ 1 & 9 \\ 4 & 5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Найдите оптимальные стратегии и цену игры с матрицей выигрышей

$$\begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0,4 \\ 0,4 & 0,5 & 0,6 \\ 0,1 & 0,7 & 0,3 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

1. Решить матричные игры, используя понятие доминирования и графический метод.

$$\begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 5 & 4 \\ 1 & 7 \\ 4 & 5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 6 & 7 & 4 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Найдите оптимальные стратегии и цену игры с матрицей выигрышей

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -3 \\ -3 & 3 & -1 \\ -4 & -3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Вариант 5

1. Решить матричные игры, используя понятие доминирования и графический метод.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Найдите оптимальные стратегии и цену игры с матрицей выигрышей

$$\begin{pmatrix} 0,4 & 0,7 & 1 \\ 1 & 0,7 & 0,5 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

1. Решить матричные игры, используя понятие доминирования и графический метод.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 & -7 & 9 \\ -2 & 4 & -6 & 8 & -10 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Найдите оптимальные стратегии и цену игры с матрицей выигрышей

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{2}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

1. Решить матричные игры, используя понятие доминирования и графический метод.

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 9 & 6 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Найдите оптимальные стратегии и цену игры с матрицей выигрышей второго игрока

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

1. Решить матричные игры, используя понятие доминирования и графический метод.

$$\begin{pmatrix} 6 & -10 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Найдите оптимальные стратегии и цену игры с матрицей выигрышей

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{3} & 1 \\ 1 & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

Вариант 9

1. Решить матричные игры, используя понятие доминирования и графический метод.

$$\begin{pmatrix} 10 & 7 & -11 & 0 \\ -3 & -2 & -9 & 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Найдите оптимальные стратегии и цену игры с матрицей выигрышей

$$\begin{pmatrix} 8 & 6 & 2 & 8 \\ 8 & 9 & 4 & 5 \\ 7 & 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

1. Решить матричные игры, используя понятие доминирования и графический метод.

$$\begin{pmatrix} 0 & 9 & 8 & 7 & 4 & 2 \\ 10 & 1 & 2 & 3 & 6 & 8 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 8 & 3 & 9 & 4 \\ 6 & 5 & 8 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Найдите оптимальные стратегии и цену игры с матрицей выигрышей второго игрока

$$\begin{pmatrix} -0,5 & -0,6 & -0,8 \\ -0,9 & -0,7 & -0,8 \\ -0,7 & -0,5 & -0,6 \end{pmatrix}$$

ВОПРОСЫ НА ЭКЗАМЕН

по дисциплине «Принятие решений в условиях неопределенности и риска»

1. Модель исследования операций: различные виды факторов, принцип наилучшего гарантированного результата, информационная гипотеза.
2. Антагонистическая игра в нормальной форме. Роль седловой точки в понятии решения антагонистической игры. Матричная игра, ее решение в чистых стратегиях.
3. Теорема о необходимых и достаточных условиях существования седловой точки.
4. Свойства седловых точек: если $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ - седловые точки, то $F(x_1, y_1) = F(x_2, y_2)$, и $(x_1, y_2), (x_2, y_1)$ - седловые точки.
5. Теорема фон Неймана о достаточных условиях существования седловой точки (без доказательства вспомогательных лемм).
6. Докажите выпуклость множества седловых точек в условиях теоремы фон Неймана.
7. Докажите лемму: если $F(x, y): X \times Y \rightarrow R$ - непрерывна, а $X \subset R^m$, $Y \subset R^n$ - компакты, то $m(x) = \min_{y \in Y} F(x, y)$, $n(y) = \max_{x \in X} F(x, y)$ - непрерывны.
8. Докажите лемму: если $F(x, y): X \times Y \rightarrow R$ - непрерывна и строго выпукла по y при любом фиксированном x , $X \subset R^m$ - компакт, $Y \subset R^n$ - выпуклый компакт, то функция $y(x)$ непрерывна на X , где $F(x, y(x)) = \min_{y \in Y} F(x, y)$.
9. Смешанное расширение матричной игры. Теорема о существовании решения.
10. Докажите, что при фиксированной стратегии одного из игроков, экстремум функции выигрыша достигается на чистой стратегии другого игрока (теорема 2, §3).
11. Докажите неравенство: $\underline{v} \leq v \leq \bar{v}$.
12. Докажите, что $X^* = \{x \in X, xa^j \geq v, \forall j\}$, $Y^* = \{y \in Y, a_i y \leq v, \forall i\}$, где v - цена игры.
13. Необходимые и достаточные условия оптимальности ситуации (x^*, y^*) в матричной игре (следствия 5, 6 из §3).
14. Арифметические преобразования матрицы игры.
15. Теорема равновесия (любая существенная стратегия одного из игроков уравнивает все оптимальные стратегии другого) и следствие из нее.
16. Теорема о доминировании (для матрицы игры).
17. Докажите, что чистая стратегия игрока 1 доминируема тогда и только тогда, когда доминируется соответствующая строка в матрице выигрышей.
18. Докажите, что существенная стратегия строго недоминируема.
19. Докажите, что стратегия, доминирующая оптимальную, сама оптимальна.
20. Докажите, что оптимальная стратегия строго недоминируема.

21. Теорема о связи матричных игр и линейного программирования.
22. Определения денежного эквивалента, платы за риск, цен продажи и покупки при фиксированном начальном капитале.
23. Функция неприятия риска $r(x)$, ее смысл.
24. Формула восстановления функции полезности по $r(x)$, примеры.
25. Задача выбора страхового взноса как Парето-оптимального решения.
26. Пример для экспоненциальных функций полезности.
27. «Практические» методы расчета взносов.

10 Порядок формирования оценок по дисциплине

Преподаватель оценивает работу студентов на практических занятиях, принимая во внимание активность студентов, участие в дискуссиях, правильность решения задач. Накопленная оценка по 10-ти балльной шкале за работу на занятиях определяется перед промежуточным контролем - $O_{\text{аудиторная}}$.

Преподаватель оценивает самостоятельную работу студентов: правильность выполнения домашних работ, полнота и корректность вспомогательных результатов. Накопленная оценка по 10-ти балльной шкале за самостоятельную работу определяется перед итоговым контролем – $O_{\text{сам. работа}}$.

Накопленная оценка за текущий контроль учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$$O_{\text{накопленная}} = k_1 * O_{\text{текущий}} + k_2 * O_{\text{ауд}} + k_3 * O_{\text{сам. работа}}$$

где $k_i = 1/3$, $O_{\text{текущий}}$ рассчитывается как взвешенная сумма всех форм текущего контроля, предусмотренных в РУП, здесь

$$O_{\text{текущий}} = O_{\text{дз}}.$$

Результирующая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом:

$$O_{\text{промежуточная } i} = 1/2 * O_{\text{текущая } i \text{ этапа}} + 1/2 * O_{\text{промежуточный зачет/экзамен}}$$

Где $O_{\text{текущая } i \text{ этапа}}$ рассчитывается по приведенной выше формуле

$$O_{\text{накопленная Итоговая}} = (O_{\text{промежуточная } 1} + O_{\text{промежуточная } 2}) : \text{на число модулей} = 2$$

Где $O_{\text{промежуточная } 1} + O_{\text{промежуточная } 2}$ – промежуточные оценки этапов 1 и 2.

Способ округления накопленной оценки промежуточного (итогового) контроля в форме экзамена: в пользу студента.

Итоговая оценка на экзаменах выставляется по 10-бальной шкале (с переводом в 5-ти бальную шкалу). Перевод в 5-бальную шкалу осуществляется по правилу:

0 - 3 б - неудовлетворительно,

4 - 5 б - удовлетворительно,

6 - 7 б - хорошо,

8 - 10 б - отлично.

11 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Л.А. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.А. Семина «Теория игр», М. Высшая школа, 1998.
2. Е.А. Семина «Матричные игры», методические указания к курсовой работе по курсу «Теория игр и исследование операций», М. МИЭМ, 2006.
3. Э.Г. Давыдов «Исследование операций», М. Высшая школа, 1990.
4. А.А.Васин, П.С.Краснощекоев, В.В.Морозов «Исследование операций», М. Академия, 2008.
5. В.В. Морозов, А.Г. Сухарев, В.В. Федоров «Исследование операций в задачах и упражнениях», М. Высшая школа, 1986.

Дополнительная литература:

1. Э. Мулен «Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели», М. Мир, 1991.
2. В.А.Колемаев «Математические методы и модели исследования операций», М. Юнити, 2008.
3. С. Карлин «Математические методы в теории игр, программировании и экономике», М. Мир, 1964.
4. Г. Оуэн «Теория игр», М. Мир, 1971.
5. Г.Н. Дюбин, В.Г. Суздаль «Введение в прикладную теорию игр», М. Наука, 1981.
6. Е. С. Вентцель «Исследование операций. Задачи, принципы, методология», М. Высшая школа, 2000.
7. Н.Н. Воробьев «Теория игр для экономистов-кибернетиков», М. Наука, 1985.
8. Шоломицкий А.Г. Теория риска. Выбор при неопределенности и моделирование риска. М.: Высшая школа, 2005.

12 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для успешного освоения дисциплины необходимо следующее материально-техническое обеспечение:

Меловая доска и/или проектор с экраном.