

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"**

Московский институт электроники и математики
Департамент прикладной математики

**Майнор
Исследование операций
в инженерных и социально-экономических приложениях**

**Рабочая программа дисциплины
Компьютерное моделирование сложных систем**

для уровня подготовки - бакалавриат

Разработчик(и) программы
Голубин А.Ю. к.ф.-м.н., доц., agolubin@hse.ru

Одобрена Академическим советом ОП «Прикладная математика»
«__»_____ 2016 г., № протокола _____

Утверждена «__»_____ 2016 г.
Руководитель Департамента Прикладной математики
А.В.Белов _____ [подпись]

Москва, 2016

Настоящая программа не может быть использована другими подразделениями университета и другими вузами без разрешения подразделения-разработчика программы.



1 Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, учебных ассистентов и студентов, выбравших майнор «Исследование операций в инженерных и социально-экономических приложениях».

2 Цели освоения дисциплины

Данная дисциплина имеет своей целью:

- обучить студентов теории и практическим методам имитационного моделирования процессов стохастической природы.
- сформировать представление, первичные знания, умения и навыки студентов по основам моделирования случайных величин и процессов стохастической природы, достаточные для дальнейшего продолжения образования и самообразования их в области приложений теории вероятностей и смежных с ней областях.
- выработать практические навыки выбора метода решения и составления алгоритмов для решения прикладных задач.

Задачи дисциплины — дать основы:

- теории имитационного моделирования применительно к экономическим и техническим процессам;
- моделирования реализаций случайных величин и случайных процессов;
- алгоритмического описания моделирования систем массового обслуживания и динамики финансовых потоков.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен:

иметь представление

- о принципах построения имитационных моделей сложных стохастических систем;

знать:

- основные методы моделирования реализаций случайных величин и векторов;
- основные типы систем массового обслуживания и процессов риска;
- принципы построения алгоритмов имитации траекторий соответствующих случайных процессов;

уметь:

- формализовывать задачи имитации траекторий случайных процессов;
- применять алгоритмы моделирования основных типов случайных процессов, анализировать результаты моделирования, строить оценки вероятностных характеристик исследуемых систем;

иметь навыки:

- разработки и программной реализации численных алгоритмов имитационного моделирования;
- использования стандартных методов построения траекторий различных типов случайных процессов.

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:



3.1. Общекультурные компетенции (ОК):

- владеть культурой мышления, умение аргументировано и ясно строить устную и письменную речь (ОК-1);
- проявлять настойчивость в достижении цели с учётом моральных и правовых норм и обязанностей (ОК-6);
- стремиться к выполнению профессиональной деятельности (ОК-9);
- способностью и готовность к письменной и устной коммуникации на родном языке (ОК-10);
- владеть навыками работы с компьютером как средством управления информацией (ОК-11);
- работать с информацией в глобальных компьютерных сетях (ОК-12);
- использовать профессиональные навыки работы с информационными и компьютерными технологиями в научной и познавательной деятельности, а также в социальной сфере (ОК-14).

3.2. Профессиональные компетенции (ПК)

- понимать основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ПК-1);
- способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ПК-2);
- понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат (ПК-3);
- способностью применять в профессиональной деятельности современные языки программирования, операционные системы, электронные библиотеки и пакеты программ (ПК-10).

4 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Настоящая дисциплина является дисциплиной в рамках майнора «Исследование операций в инженерных и социально-экономических приложениях», который предоставляет дополнительную специализацию.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

- математический анализ
- теория вероятностей и математическая статистика
- алгоритмические языки и программирование

5 Тематический план учебной дисциплины

Название раздела	Всего	Лекции	Семинары	Практ. зан.	Самостоятельная работа
Этапы имитационного моделирования. Способы моделирования случайных вели-	12	1		1	10



	чин. [1]					
	Общий метод моделирования дискретной случайной величины, примеры. Специальные методы моделирования. Метод обратных функций как общий метод моделирования произвольной случайной величины. Применение метода обратных функций для экспоненциального и кусочно-линейного распределений. [1,3]	28	5		8	15
	Моделирование равномерного распределения в заданной области. Алгоритмы моделирования равномерного распределения в прямоугольнике и круге. Метод исключения. Метод суперпозиции. [1,3]	51	6		6	39
	Моделирование гамма-распределения, распределения с кусочно-линейной плотностью. [1]	6	1		1	4
	Моделирование нормального распределения. Общий метод моделирования случайных векторов. Моделирование многомерного нормального распределения. Вычисление оценки математического ожидания с.в. Вычисление интегралов методом Монте-Карло. Точность метода. [1-3]	22	8		4	10
	Система массового обслуживания $G G n m$. Оценка стандартных нестационарных и стационарных характеристик. Системы $G G n 0$, $G G n m$, $G G n \infty$: построение алгоритмов моделирования траекторий. [3]	39	9		10	20
	Процессы риска, моделирование основных типов процессов риска. Оценка вероятности разорения на конечном и бесконечном интер-	31	7		8	16



вале. [3]

6 Формы контроля знаний студентов

Тип контроля	Форма контроля	3-ой год обучения				Параметры
		1	2	3	4	
Текущий (неделя)	Самостоятельная работа			*	*	
	Контр. раб.				*	2 задачи
	Домашнее задание			*	*	
	Зачет					
Итоговый				*	Устный экзамен	

6.1 Критерии оценки знаний, навыков

При оценке результатов выполнения контрольной работы и домашних заданий применяется дифференцированный подход по десятибалльной системе в соответствии со знаниями и навыками, проявленными студентом во время их выполнения. Темой работ являются моделирование случайных величин с заданными распределениями и задачи оценки показателей систем массового обслуживания. Задание выдается индивидуально каждому студенту или бригаде из двух студентов и заключается в математическом исследовании моделей. Итогом является письменный отчет. Домашняя работа преследует две основные цели. Первая – проявить умение пользоваться теоретическими сведениями математической теории для решения практической задачи. Вторая – проявить навык в письменной форме грамотно излагать результаты работы, уделяя внимание стилю изложения и соблюдая математическую строгость при обосновании решения задачи. Зачет домашней работы осуществляется по результатам собеседования на основании представленного отчета.

Сдача студентом экзамена оценивается по десятибалльной и пятибалльной системе в соответствии со знаниями и навыками, проявленными студентом на экзамене.

7 Содержание дисциплины

Р а з д е л 1. Моделирование случайных величин и векторов.

Основные принципы и этапы имитационного моделирования. Типы генераторов случайных чисел. Моделирование дискретных случайных величин (с.в.). Общие методы получения реализаций с.в., моделирование специальных распределений. Моделирование случайных векторов. Вычисление интегралов методом Монте-Карло, оценка точности приближения.

Р а з д е л 2. Моделирование случайных процессов.

Классификация методов моделирования и оценок характеристик случайных процессов. Оценивание стационарных и нестационарных характеристик.



Р а з д е л 3. Приложения в теории массового обслуживания и теории случайных процессов.

Система массового обслуживания $G|G|n|m$, моделирование траекторий, оценивание стационарных и нестационарных характеристик. Модели процессов риска.

8 Образовательные технологии

В начале курса целесообразно напомнить студентам основные понятия теории вероятностей, ввести необходимые термины из массового обслуживания (типы случайных величин, функции распределения, символика Кендалла, процесс риска); на практических занятиях рекомендуется привести решения типовых задач по вычислению стоимостных характеристик случайных процессов.

В учебном процессе, помимо чтения лекций, используются интерактивные формы (обсуждение отдельных разделов дисциплины, защита самостоятельных и домашних работ). В сочетании с внеаудиторной работой это способствует формированию и развитию профессиональных навыков обучения. Для закрепления и проверки знаний студентов по наиболее важным разделам курса проводится контрольная работа, на которой происходит проверка самостоятельной работы студентов. Контрольная работа оценивается по системе «зачет / незачет».

Для обеспечения интерактивного и непрерывного учебного процесса используются коммуникационные средства, предоставляемые сетью «Интернет», в частности, студентам обеспечивается доступ к современной научной литературе в рамках изучаемого курса, осуществляется информационный обмен посредством электронной почты и LMS. Важной частью работы студентов является подготовка самостоятельных работ с последующей защитой полученных результатов.

С целью текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации предусмотрена защита домашних работ, которые выполняются небольшим коллективом студентов (два человека). Предусмотрены методические указания к выполнению этой работы (см. Приложение 1).

Формирование оценки за домашние работы:

Оценка по десятибалльной системе и результирующая оценка «зачет/незачет» учитывает:

- Насколько глубоко и точно студент разобрался в формулировке задания;
- Степень и полноту усвоенных навыков работы со стандартными задачами моделирования случайных величин и процессов.
- Насколько слушатель правильно и аргументировано ответил на вопросы, включая смежные разделы курса, при обсуждении выполненного задания.

Итоговая оценка формируется как среднее арифметическое значение из накопленной оценки и оценки на экзамене.



9 Оценочные средства для текущего контроля и аттестации студента

9.1 Тематика заданий текущего контроля

Примерные вопросы: постройте подробную блок-схему моделирования а) случайной величины с нормальным распределением, если заданы первые два момента; б) случайного нормального вектора размерности n с заданным вектором средних и матрицей ковариаций.

9.2. Примерная тематика вариантов контрольной работы

1. Разработать и реализовать алгоритм моделирования случайной величины с заданной кусочно-линейной плотностью.
2. Применение метода исключения к моделированию случайной величины с заданным распределением.
3. Решить задачу моделирования равномерного вектора в заданной области а) на плоскости, б) в пространстве.

9.3. Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Вопросник на экзамен

1. Сложные стохастические системы как объект имитационного моделирования.
2. Способы моделирования случайных величин.
3. Общий метод моделирования дискретной случайной величины.
4. Специальные методы моделирования дискретных величин.
5. Метод обратных функций как общий метод моделирования произвольной случайной величины. Пример.
6. Моделирование равномерных случайных величин в заданной области.
7. Метод исключения.
8. Метод суперпозиции.
9. Моделирование нормального распределения.
10. Моделирование многомерного нормального распределения.
11. Вычисление оценки математического ожидания с.в. Точность метода.
12. Вычисление интегралов методом Монте-Карло.
13. Классификация методов моделирования случайных процессов.
14. Оценивание нестационарных характеристик (NS-характеристик) для случайных процессов. Пример.
15. Оценивание стационарных характеристик (S-характеристик). Пример.
16. Алгоритм моделирования системы массового обслуживания. $G|G|n|0$. Пример расчета NS-характеристики.
17. Система массового обслуживания $G|G|n|m$. Оценивание NS-характеристик. Пример.
18. Оценивание S-характеристик системы $G|G|n|m$. Пример.
19. Модель процесса риска. Оценивание вероятности разорения на конечном интервале.
20. Оценивание вероятности разорения на бесконечном временном интервале.

10 Порядок формирования оценок по дисциплине

Преподаватель оценивает работу студентов на практических занятиях, принимая во внимание активность студентов, участие в дискуссиях, правильность решения задач. Накопленная



оценка по 10-ти балльной шкале за работу на занятиях определяется перед промежуточным контролем - $O_{аудиторная}$.

Преподаватель оценивает самостоятельную работу студентов: правильность выполнения домашних работ, полнота и корректность вспомогательных результатов. Накопленная оценка по 10-ти балльной шкале за самостоятельную работу определяется перед итоговым контролем – $O_{сам. работа}$.

Накопленная оценка за текущий контроль учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$$O_{накопленная} = k_1 * O_{текущий} + k_2 * O_{ауд} + k_3 * O_{сам. работа}$$

где $k_i = 1/3$, $O_{текущий}$ рассчитывается как взвешенная сумма всех форм текущего контроля, предусмотренных в программе

$$O_{текущий} = n_2 * O_{к/р} + n_5 * O_{дз};$$

$$n_i = 1/2.$$

Способ округления накопленной оценки промежуточного (итогового) контроля в форме экзамена: в пользу студента.

Итоговая оценка на экзаменах выставляется по 10-балльной шкале (с переводом в 5-ти балльную шкалу). Перевод в 5-балльную шкалу осуществляется по правилу:

- 0 - 3 б - неудовлетворительно,
- 4 - 5 б - удовлетворительно,
- 6 - 7 б - хорошо,
- 8 - 10 б - отлично.

11 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

11.1 Основная литература

1. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Курс статистического моделирования. М.: Физматлит, 2005.
2. Метьюс Д.Г., Финк К.Д. Численные методы. Использование MATLAB. Издательский дом "Вильямс", 2001.
3. А.П. Михайлов, А.А. Самарский. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит, 2005.

11.2 Дополнительная литература

1. Карпов Ю.Г. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. [БХВ-Петербург](#), 2009.
1. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973.
2. Полляк Ю.Г. Вероятностное моделирование на ЭВМ. М.: Сов. радио, 1971.



3. Нейлор Т. и др. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем. М.: Мир, 1975.

информационно-справочные и поисковые системы

wbooks.ifolder.ru, depositfiles.ru, letitbib.net.

11.3 Программные средства

ПК с ОС Windows NT/XP, установленный Microsoft Office, транслятор для Visual Basic либо Basic.

12 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для успешного освоения дисциплины необходимо следующее материально-техническое обеспечение:

1. Учебный класс, оборудованный современными информационными средствами (минимум – удобной доской).
2. При отсутствии у кого-либо из студентов ПК, необходим класс с персональными компьютерами.

Приложение 1

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ по выполнению домашних работ на тему

Моделирование систем массового обслуживания

1. Цель работы, ее краткое содержание.

Цель работы состоит в приобретении студентами навыков использования имитационного моделирования сложных экономических систем стохастической природы, описываемых системами массового обслуживания (СМО). Выполнение работы предполагает создание алгоритма расчета заданного показателя (стационарного или нестационарного типа) функционирования СМО и численную реализацию алгоритма с использованием компьютера.

2. Теоретические сведения.

Сколько-нибудь сложные СМО (в особенности, это относится к немарковским моделям) не поддаются расчету аналитическими методами. Одним из наиболее удачных методов исследования таких моделей является метод имитационного моделирования, состоящий в создании программного комплекса, адекватно имитирующего — с точки зрения получения требуемых характеристик — работу



исходной системы, и затем получения траекторий эволюции системы с одновременной статистической обработкой данных численного эксперимента. Получение оценок требуемых характеристик завершает имитационное моделирование системы.

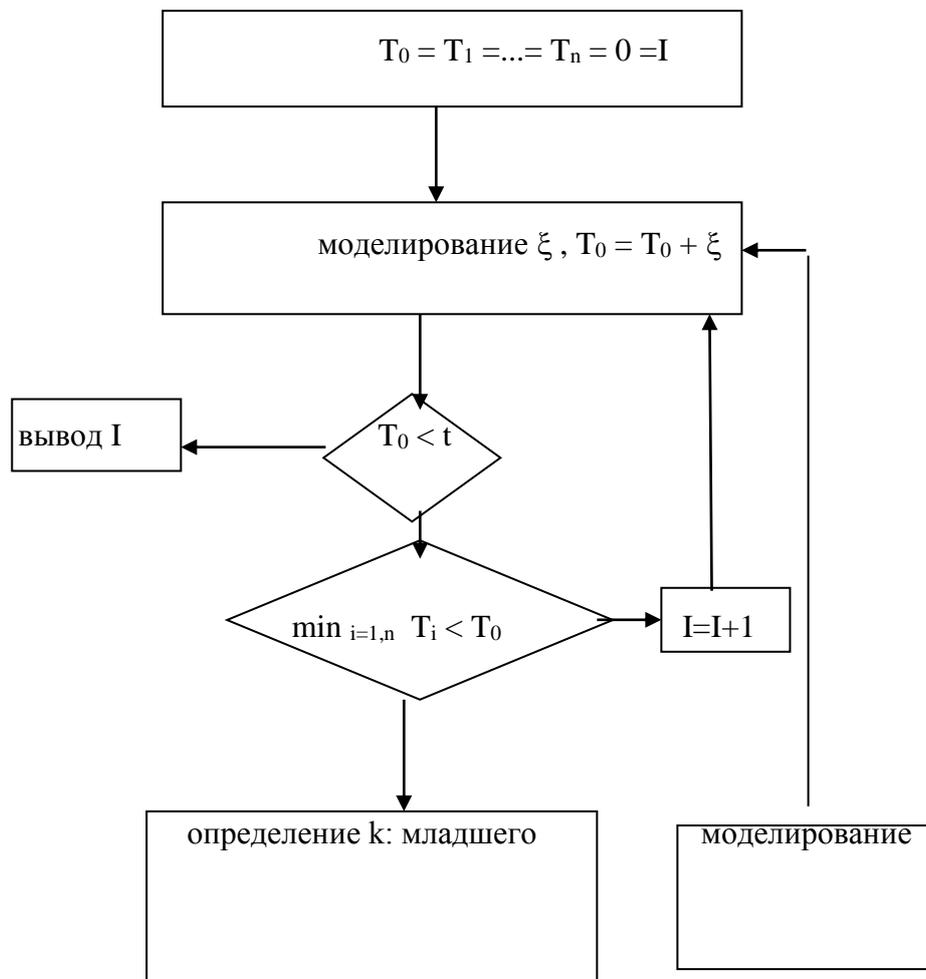
В данной работе рассматриваются системы вида $GI|G|n|m$ — с рекуррентным потоком заявок на входе, n различными каналами обслуживания и конечной или бесконечной ($m=\infty$) очередью. Типичными характеристиками такой СМО являются

- стационарные: вероятность потери требования, средняя длина стационарной очереди, а также стационарные характеристики типа среднего удельного дохода (в предположении существования стационарного режима работы);

- нестационарные: на интервале $[0, t]$ определяются вероятность потери хотя бы одного требования, среднее число потерянных требований, средняя максимальная длина очереди, среднее число требований обслуженных различными каналами, а также стоимостные характеристики типа среднего суммарного дохода.

Рассмотрим пример моделирования системы $GI|G|n|0$, считая, что интервал между моментами прихода соседних требований распределен по заданному закону $A(x)$, т.е., $P\{\xi < x\} = A(x)$, а время η_i обслуживания на i -том канале имеет закон распределения $B_i(x)$, $i=1, n$. Требуется оценить J -- среднее число потерянных требований на интервале $[0, t]$. При этом оценка должна удовлетворять заданной точности ε при уровне доверия β .

В ячейке памяти T_0 будем хранить момент прихода очередного требования, в ячейке T_i - момент окончания обслуживания последнего требования, попавшего на i -ый канал, $i=1, n$. Переменная I будет содержать текущее значение числа уже потерянных требований. Алгоритм получения одной траектории функционирования СМО на $[0, t]$, вычисляющий число потерянных требований для этой траектории имеет вид





$$\begin{array}{ccc} \text{номера из номеров сво-} & \longrightarrow & \eta_k, \\ \text{бодных каналов:} & & \\ \{ i: T_i < T_0 \} & & T_k = T_0 + \eta_k \end{array}$$

Замечание 1. В процессе моделирования приходится многократно получать реализации независимых с.в. с заданными законами распределения ($A(x)$, $B(x)$). такая задача решается путем последовательного обращения к датчику псевдо-случайных чисел с равномерным распределением и преобразования полученных значений в соответствии с выработанным методом моделирования данной с.в. Выбор подходящего метода моделирования - это отдельная задача для самостоятельного решения.

Замечание 2. Приведенный алгоритм не полностью воспроизводит траекторию функционирования СМО на $[0, t]$: участок $[\tau_k, t]$, где τ_k - момент последнего перед t прихода требования, игнорируется. Но с точки зрения вычисления I -- числа потерянных на $[0, t]$ требований -- такое моделирование адекватно исходной СМО, и нет нужды строить более сложный, детальный алгоритм.

Искомая оценка для J будет строиться на основе полученных независимых реализаций I_1, \dots, I_N . Для построения N независимых траекторий и, следовательно, получения реализаций I_1, \dots, I_N приведенный алгоритм запускается N раз, но для того, чтобы не допустить "сбрасывания" датчика псевдо-случайных чисел, работающего по рекуррентной формуле, и, т.о., не получить одинаковых траекторий, необходимо иметь главную процедуру, которая бы, не покидая оперативной памяти, вызывала подпрограмму, реализующую алгоритм.

В качестве оценки J выбирается $J(N) = \sum_{i=1}^N I_i / N$ -- несмещенная, состоятельная оценка математического ожидания числа потерянных требований J .

Оценка точности моделирования. Для определения N_{\min} -- минимального числа реализаций, гарантирующего заданную точность при выбранном уровне доверия: $P\{|J(N_{\min}) - J| < \varepsilon\} \geq \beta$ -- применяется метод основанный на использовании центральной предельной теоремы, условия которой предполагаются выполненными. Согласно этой теореме, при больших N выполнено

$$P\{|\sum_{i=1}^N (I_i - J) / \sqrt{NDI}| < x\} \approx \Phi_0(x),$$

где $\Phi_0(x)$ - функция Лапласа. Тогда, обозначая через x_β корень уравнения $\Phi_0(x) = \beta$, получим

$$P\{|J(N) - J| < x_\beta \sqrt{NDI}\} \approx \beta \text{ и } N_{\min} = x_\beta^2 DI / \varepsilon^2. \quad (1)$$

Поскольку дисперсия DI обычно неизвестна аргументу, то вместо нее используют выборочную дисперсию $D(N) = N^{-1}(\sum_{i=1}^N I_i^2) - J^2(N)$, вычисляя ее параллельно с получением новых реализаций I_j . Обычно для $N_1 \approx 20-50$ вычисляют $D(N_1)$, определяют, согласно (1), сколько нужно дополнительных реализаций $N_2 - N_1$, чтобы достичь требуемой точности, если считать DI равной $D(N_1)$. Затем вычисляют $D(N_2)$ и процесс повторяется. Итерации останавливаются, если для вычисленного текущего значения N_k выполнено:

$$N_k \geq x_\beta^2 D(N_k) / \varepsilon^2.$$



3. Оборудование.

Данная лабораторная работа рассчитана на выполнение на ПК, оборудованных трансляторами с языков типа Visual Basic, либо Basic, либо Си – в соответствии с желанием и возможностями программировать самого студента.

4. Сроки выполнения.

Задания на домашние работы выдается после изучения студентами разделов "Моделирование случайных величин" и "Моделирование случайных процессов" - в части постановок задач и описания общих типов методов моделирования: 6 неделя;

18-19 недели - составление и проверка программы на тестовых примерах;

20-21 недели - устранение логических и синтаксических ошибок;

22-23 недели - оформление отчета и сдача зачета по работам, включая и материал смежных разделов дисциплины.