Компьютерная обработка числовой информации. Методы и алгоритмы.

Д.ф-м.н., проф. ВШЭ, в.н.с. Гидрометцентра России

В.А.Гордин

Современная научная и практическая деятельность весьма часто сопряжена с

компьютерной обработкой больших массивов числовой информации, полученной в

результате физико-технических измерений, статистической обработки информации о

населении и т. п. Компьютерные методы обработки, выделения компактной полезной

информации из огромных числовых массивов, а также разработка работающих

оперативно (on line) компьютерных алгоритмов преобразования такой информации

представляют интерес в самых разных приложениях и являются предметом настоящего

курса. От слушателей предполагается хорошее знание базовых математических

курсов алгебры, анализа и теории вероятностей (троечникам записываться не

советую). Также предполагается, что слушатель понимает (хотя бы примерно), как

он будет использовать полученные в курсе знания и навыки – это поможет ему при

решении задач и будет стимулировать аккуратное выполнение домашних заданий.

Некоторые разделы математики, которые в обязательном курсе ВШЭ проходятся

бегло, мы повторим и расширим.

Домашние задания предлагается делать в среде MATLAB (установлена в компьютерных

классах на Кочновском), но допускаются и другие средства по усмотрению

слушателей.

Объем курса: 2 модуля, 1 занятие в неделю. Предполагаются 2 домашних задания и

1 контрольная.

1. Задача интерполяции. Построение многочлена, график которого проходит через

заданные точки. Проблемы экстраполяции.

2. Погрешности (шумы) в исходных данных. Проверка устойчивости результата.

3. Устойчивость интерполяционного многочлена к шумам в исходных данных.

Константа Лебега.

4. Метод наименьших квадратов. Построение прямолинейной дороги, наименее

удаленной от заданных деревень. Построение приближенных формул зависимости

между числовыми величинами. Различные трактовки и обобщения задачи.

5. Сплайны. Определение и основные свойства сплайнов. Алгоритмы их вычисления.

6. Вычисление интегралов. Варианты квадратурных формул.

7. Оценка производных функции, заданной на равномерной или неравномерной сетке.

Устойчивость оценки к шумам.

8. Компактные схемы для вычисления производных.

9. Фурье-анализ данных. Символы операторов, оценивающих производные.

10. Высокочастотные фильтры – сглаживание данных.

11. Алгоритмы контроля числовых рядов.

12. Оценки средних, дисперсии, ковариаций и корреляций. Корреляционные матрицы

и их неотрицательная определенность. Собственные вектора корреляционной матрицы

векторной случайной величины – естественные ортогональные компоненты.

13. Регрессионный анализ. Малые поправки к корреляционным матрицам,

гарантирующие их строгую положительную определенность.

14. Корреляционные функции. Положительная определенность корреляционных

функций. Однородные случайные процессы и их корреляционные функции.

Спектральная плотность.

15. Преобразование Фурье и его основные свойства. Примеры преобразования

функций.

16. Символы дифференциальных и разностных операторов.

17. Вариационное согласование информации о функции и температуре.

18. Двумерные и трехмерные массивы числовой информации. Пример:

метеорологическая информация об атмосфере Земли. Поля средних и дисперсий.

Алгоритмы контроля. Гипотезы однородности и изотропности для случайного поля на

плоскости и на сфере. Корреляционные функции. Алгоритмы интерполяции.

19. Вариационная идея четырехмерного усвоения разнородной числовой информации.

20. Обработка информации о медицинских проблемах населения мегаполиса.

Статистический прогноз.

Литература

Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М., «Наука», 1987

и др. издания.

И.М.Гельфанд. Лекции по линейной алгебре. М., «Наука», 1968 и др. издания.

В.А.Гордин. Как это посчитать? Обработка метеорологической информации на

компьютере. М., МЦНМО, 2005.

В.А.Гордин. Математика, компьютер, прогноз погоды и другие сценарии

математической физики. М., ФИЗМАТЛИТ, 2010, 2013.