

Задачи для семинара 3.

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, НИУ ВШЭ

Пусть A, B — множества. Множество всех подмножеств множества A обозначается 2^A , а множество всех функций из A в B обозначается B^A .

Задача 1. Пусть Ω — некоторое множество. Постройте биекцию между 2^Ω и $\{0, 1\}^\Omega$.

Задача 2. Пусть X — некоторое множество. Постройте биекцию между $\underbrace{X \times X \times \dots \times X}_n$ и $X^{\{1, 2, \dots, n\}}$.

Задача 3. Пусть A, B, C — множества. Установите биекцию между множествами $(A^B)^C$ и $A^{B \times C}$.

Задача 4. Докажите тождества $\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$ и $\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$ (формулы де Моргана).

Задача 5. Сколько существует различных булевых функций от n переменных?

Задача 6. Как, зная таблицу истинности булевой функции от n переменных, написать для этой функции формулу с использованием переменных и операций \wedge, \vee, \neg ? Напишите такую формулу для следующей таблицы истинности:

p	q	r	$f(p, q, r)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1

p	q	r	$f(p, q, r)$
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Задача 7. Штрих Шеффера — это бинарная операция $|$, которая следующим образом выражается через конъюнкцию и отрицание: $A | B = \neg(A \wedge B)$. Выразите \wedge, \vee, \neg через $|$.

Задача 8. Пусть I — множество. Является ли 2^I коммутативной группой относительно операции объединения множеств? А относительно операции пересечения? Покажите дистрибутивность пересечения относительно объединения.

Задача 9. Докажите, что число $\log_{10} 2$ не является рациональным.